

# 驱动 LED 串的 DCM 升压转换器简化分析

安森美半导体 Christophe Basso Alain Laprade

固定频率升压转换器非常适合于以恒流模式驱动LED串。这种转换器采用不连续导电模式(DCM)工作，能够有效地用于快速调光操作，提供比采用连续导电模式(CCM)工作的竞争器件更优异的瞬态响应。当LED导通时，DCM工作能够提供快速的瞬态性能，为输出电容重新充电，因而将LED的模拟调光降至最低。为了恰当地稳定DCM升压转换器，存在着小信号模型。然而，驱动LED的升压转换器的交流分析，跟使用标准电阻型负载的升压转换器的交流分析不同。由于串联二极管要求直流和交流负载条件，在推导最终的传递函数时必须非常审慎。

## 为LED串供电的升压转换器

图1是驱动LED串的恒定频率峰值电流工作模式升压转换器的简化电路

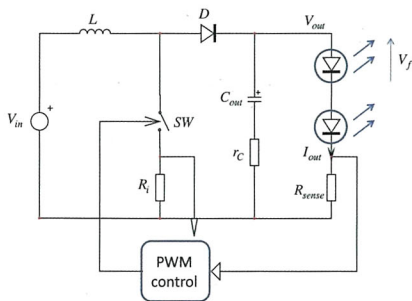


图1 驱动LED串以发光的升压转换器，输出电流被稳流至设定点值

图。输出电流被感测电阻Rsense持续监测，相应的输出电压施加在控制电路上，持续调节电源开关的导通时间，以提供恒定的LED电流I<sub>out</sub>。这就是受控的输出变量。

发光时，LED串会在LED连接的两端产生电压。这电压取决于跟各个LED技术相关的阈值电压V<sub>T0</sub>及其动态阻抗r<sub>d</sub>。因此，LED串两端的总压降就是各LED阈值电压之和V<sub>Z</sub>，而动态阻抗r<sub>LEDs</sub>表示的是LED串联动态阻抗之和。图2显示的是采用的等效电路。您可以自己来对LED串压降及其总动态阻抗进行特征描述。为了测量起见，将LED串电流偏置至其额定电流I<sub>F1</sub>。一旦LED达到热稳定，就测量LED串两端的总压降V<sub>F1</sub>。将电流改变为稍低值I<sub>F2</sub>并测量新的压降V<sub>F2</sub>。根据这些值，可计算出总动态阻抗，即：

$$r_{LEDs} = \frac{V_{F1} - V_{F2}}{I_{F1} - I_{F2}} \quad (1)$$

“齐纳”电压约等于LED串电压V<sub>F1</sub>减去r<sub>LEDs</sub>与测量点电流之积：

$$V_Z \approx V_{F1} - r_{LEDs} I_{F1} \quad (2)$$

我们假定以100 mA电流来偏置我们的LED串。测量出的总压降为27.5 V。我们将电流减小至80 mA，新

得到的压降值就是26.4 V。总动态阻抗的计算很简单：

$$r_{LEDs} = \frac{27.5 - 26.4}{0.1 - 0.08} = 55 \Omega \quad (3)$$

根据等式，我们可以简单地计算出齐纳电压：

$$V_Z = 27.5 - 0.1 \times 55 = 22 \text{ V} \quad (4)$$

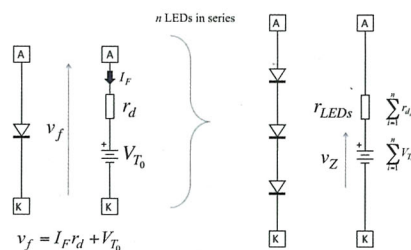


图2 LED串联情况

LED采用串联连接，故需对它们的阈值电压进行累加；而总动态阻抗是串联连接的各个LED动态阻抗之和。回头再看图1。LED串与感测电阻Rsense串联。总交流(ac)阻抗因此就是两者之和：

$$R_{ac} = r_{LEDs} + R_{sense} \quad (5)$$

图3是大幅简化的等效直流(dc)电路图。直流输出电压V<sub>out</sub>等于输出电流I<sub>out</sub>与电阻R<sub>ac</sub>之积再加齐纳电压：

$$V_{out} = R_{ac} I_{out} + V_Z \quad (6)$$

在交流条件下，由于齐纳电压恒定，故上述等式可简化为：

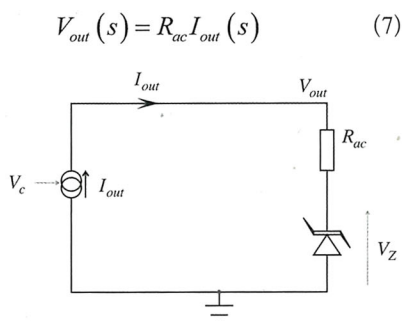


图3 直流简化电路图

## 简化模型

电流源实际上指的是从输入电源获得并无损耗地传输到输出的电流。电流源可以被控制电压 $V_c$ 向上或向下调节，而 $V_c$ 逐周期设定电感峰值电流。控制器通过升压转换器开关电流感测电阻 $R_i$ 来观测电感峰值电流，并以此工作。当 $R_i$ 两端电压与控制电压匹配时，电源开关就被指示关闭。

如果我们现在来考虑交流电路图，就要考虑电容及其寄生元件，如图4所示。齐纳元件自身并无影响，因为在交流调制期间其电压保持恒定：仅其动态阻抗 $r_{LEDs}$ 需要予以考虑，融合到 $R_{ac}$ 中。如等式(5)所述。

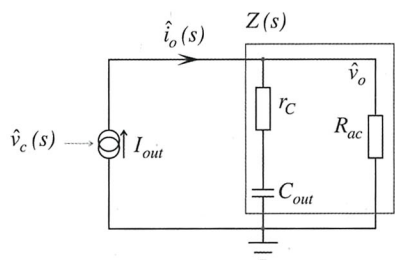


图4 交流模型使用跟电容模型相关的总阻抗 $R_{ac}$ 。

根据此图，有可能表达出控制电压被调制时的小信号输出电压电平：

$$\hat{v}_o(s) = \hat{i}_o(s) Z(s) \quad (8)$$

如前所述，电流源值取决于控制及输出电压。为了推导出小信号等效模型，我们解析了跟控制电压 $V_c$ 及输出电压 $V_{out}$ 相关的 $I_{out}$ 偏导数：

$$\hat{i}_o(s) = \left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_c} \right|_{V_{in}=0, V_o=0} v_c(s) + \left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{out}} \right|_{V_{in}=0, V_o=0} v_o(s) \quad (9)$$

结合等式(9)，可以改写等式(8)如下：

$$\hat{v}_o(s) = \left[ \left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_c} \right|_{V_{in}=0, V_o=0} \hat{v}_c(s) + \left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{out}} \right|_{V_{in}=0, V_o=0} \hat{v}_o(s) \right] Z(s) \quad (10)$$

根据已经推导出的DCM升压转换器直流传递函数，有：

$$M = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{2T_{sw}D^2R_{dc}}{L}}}{2} \quad (11)$$

在此等式中，转换器的直流阻抗( $R_{dc}$ )必须以 $V_{out}/I_{out}$ 替代。新的等式就变成：

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{2T_{sw}D^2 \frac{V_{out}}{I_{out}}}{L}}}{2} \quad (12)$$

我们需要根据这个等式推导出占空比(D)的等式及控制电压 $V_c$ 。在存在补偿斜坡的情况下，控制电压不再是固定的直流电压，而是斜率会影响最终峰值电流设定点的斜坡电压。图5显示了最

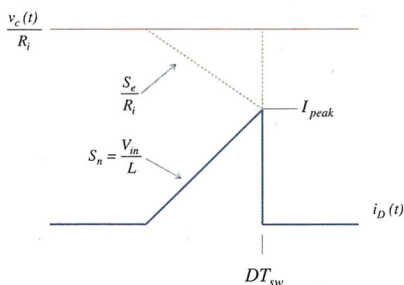


图5 由于补偿斜坡的缘故，峰值电流并不等于控制电压除以 $R_{sense}$

终波形。到达峰值电流值的时间比不存在斜坡的情况下更快，就好像我们会人为增加电流控制感测电阻 $R_i$ 一样。它有降低电流控制环路增益及降低连续导电模式(CCM)下两个极点的作用。当转换器过渡到DCM时，仍然存在斜坡，必须予以顾及。

相关等式如下所示，其中考虑到了比例因数 $R_i$ ，因为外部斜坡 $S_e$ 是电压斜坡：

$$I_{peak} = \frac{V_c}{R_i} - \frac{S_e}{R_i} DT_{sw} \quad (13)$$

可以推导出涉及至电感电流斜率的类似等式：

$$I_{peak} = \frac{DT_{sw}V_{in}}{L} \quad (14)$$

解析占空比D，我们就得到：

$$D = \frac{V_c L}{S_e T_{sw} L + R_i T_{sw} V_{in}} \quad (15)$$

将这个等式代入等式中，我们就解算出输出电流 $I_{out}$ ：

$$I_{out} = \frac{2V_{out}LV_c^2}{T_{sw}} \frac{1}{\left[ \left( \frac{2V_{out}}{V_{in}} - 1 \right)^2 - 1 \right] (S_e L + R_i V_{in})^2} \quad (16)$$

为了获得小信号值，我们就像等式(10)一样，计算 $I_{out}$ 跟控制电压 $V_c$ 和输出电压 $V_{out}$ 相关的偏导数：

$$\left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_c} \right|_{V_{in}, V_{out}} \hat{v}_c = \frac{d}{dV_c} \left[ \frac{2V_{out}LV_c^2}{T_{sw}} \frac{1}{\left[ \left( \frac{2V_{out}}{V_{in}} - 1 \right)^2 - 1 \right] (S_e L + R_i V_{in})^2} \right] \hat{v}_c \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{out}} \right|_{V_{in}, V_{out}} \hat{v}_c = \frac{V_{in}^2 V_c L}{T_{sw} (V_{out} - V_{in}) (S_e L + R_i V_{in})^2} \hat{v}_c \quad (18)$$

这个等式描述了 $v_c$ 的小信号模型对输出电流的影响。

$$\left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{out}} \right|_{\hat{v}_c} = \frac{d}{dV_{out}} \left[ \frac{2V_{out}LV_c^2}{T_{sw}} \frac{1}{\left( \left( \frac{2V_{out}}{V_{in}} - 1 \right)^2 - 1 \right) (S_e L + R_i V_{in})^2} \right] \hat{v}_c \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{out}} \right|_{\hat{v}_c=0, \hat{v}_o} = - \frac{V_{in}^2 V_c^2 L}{2T_{sw} (V_{in} - V_{out})^2 (S_e L + R_i V_{in})^2} \hat{v}_o \quad (20)$$

等式(20)表述了电流跟电压与一个大小为电导 $g$ 的系数之乘积的相关关系。它是一个压控电流源，如图6所示。

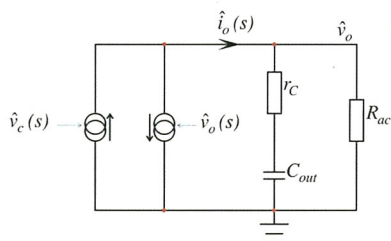


图6 等式中的系数是压控电流源，为阻抗

由于等式(20)中的负号的缘故，电流方向被倒转。因此，由于我们有被电压驱动的电导源，它就相当于一个电阻，其定义如下：

$$R_1 = \frac{2T_{sw} (V_{in} - V_{out})^2 (S_e L + R_i V_{in})^2}{V_c^2 V_{in}^2 L} \quad (21)$$

在这个简化等式中，电流源指的是从输入源吸收并传输至输出的电能。电流源等式并不涵盖跟转换器工作模式相关的信息。例如，回头看等式(16)，我们并不清楚器件工作在固定频率模式，在导通时间期间或是在关闭时间期间将电能传输至输出负载，诸如此类。在缺乏这类信息的情况下，明显要避开一些2阶成分，如右半平面零点(RHPZ)。然

而，从前面的分析中我们知道，DCM工作中仍然存在RHPZ，但由于它被归为高频，在这种情况下我们可以忽视它的存在。这种简化方法的优势就是能够快速推导出挖模型，为您提供所考虑架构的低频特性：直流增益和极点/零点组合。可以采用的另一种方法是使用DCM电流模式升压转换器的小信号模型，以由图4中元件组成的负载进行完整分析。这种方法将提供确切的结果，但会要求更多的迭代及复杂的等式。

## 完整交流模型

既然我们已经推导出所有系数，我们就可以更新原先图4中所示的模型。更新的电路图如图7所示。 $R_1$ 对应于等式(21)中的系数，并可推导出与输出电压调制直接成正比的电流。

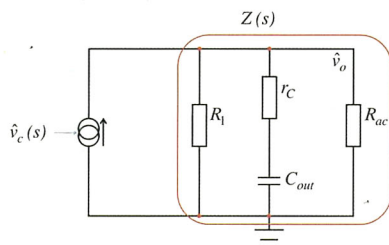


图7 更新的交流模型图

为了推导所感兴趣的传递函数，我们将简化电路，审视电流源的负载阻抗 $Z$ 。其定义如下：

$$Z(s) = \frac{\left( r_c + \frac{1}{sC_{out}} \right) R_{eq}}{\left( r_c + \frac{1}{sC_{out}} \right) + R_{eq}} = R_{eq} \frac{1 + s r_c C_{out}}{1 + s C_{out} (R_{eq} + r_c)} \quad (22)$$

在上述等式中， $R_{eq}$ 是 $R_{ac}$ 和 $R_1$ 的并联组合：

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_{ac}}{R_1 + R_{ac}} \quad (23)$$

因此，完整的传递函数就是等式(18)中给出的系数乘以等式(23)中的阻抗，也就是等式(22)给出的极点/零点组合阻抗 $R_{eq}$ ：

$$H(s) = H_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \quad (24)$$

其中，

$$H_0 = \frac{V_{in}^2 V_c L}{T_{sw} (V_{out} - V_{in}) (S_e L + R_i V_{in})^2} R_{eq} \quad (25)$$

$$\omega_z = \frac{1}{r_c C_{out}} \quad (26)$$

$$\omega_p = \frac{1}{(r_c + R_{eq}) C_{out}} \quad (27)$$

## 推导工作点

在推算交流函数之前，我们需要表达工作点及输出电流与控制电压 $V_c$ 之间的相关性。我们知道输出电压等于：

$$V_{out} = I_{out} R_{ac} + V_Z \quad (28)$$

我们可将这个定义代入等式(12)中：

$$\frac{V_Z + I_{out} R_{ac}}{V_{in}} = \sqrt{\frac{I_{out} L + 2D^2 T_{sw} V_Z + 2D^2 I_{out} R_{ac} T_{sw}}{I_{out} L}} + \frac{1}{2} \quad (29)$$

根据这个等式，我们可以解析出

$I_{out}$ ：

$$I_{out} = \frac{\sqrt{2R_{ac} T_{sw} D^2 L V_{in}^2 + (V_Z L)^2 - 2L^2 V_Z V_{in} + (V_{in} L)^2} - V_Z L + V_{in} L}{2R_{ac} L} \quad (30)$$

我们也可以根据等式(15)替代占空比 $D$ 。在这种情况下，输出电流等式就变得很繁杂，但也很有用：

$$I_{out} = \frac{\sqrt{V_Z^2 + V_{in}^2 - 2V_Z V_{in} + \frac{2LR_{ac} T_{sw}^2 V_{in}^2}{(S_e L + R_i V_{in})^2}} - V_Z + V_{in}}{2R_{ac}} \quad (31)$$

