

了解運算放大器性能 搞定Type-2補償器動態回應

Christophe Basso

補償器(Compensator)是使控制系統在動態運行中快速穩定的電子濾波器。在絕大多數研究中，補償器是置於運算放大器周圍的一個主動電路，其特性鑑定為完美。如果這種方法適用於低頻寬系統，如今的轉換器即使輸出電容小，只要交越頻率超過100千赫茲就能確保足夠快的瞬態回應以限制輸出壓降。

在這些應用中，若一個完美運算放大器不行的話，最終會導致嚴重的增益和相位失真。如果展示開迴路增益和所選運算放大器的低、高頻兩個極點如何影響整體動態回應，就可選擇適當的元件，免除影響交越所需的增益和相位性能。文本主要介紹開迴路增益的影響，特意先不談低頻和高頻兩極點。之後再探討這些額外的極點的影響，並展示如果沒有適當選擇，它們會如何影響最終結果。

分辨不同補償器的類別

補償器的作用是形成一個給定電路的頻率回應(例如降壓轉換器)以便一旦閉迴路，控制系統表現出所需的交越頻率 f_c 和適當的相位/增益邊限(Margin)。補償器通過提供在 f_c 的一些中期波段的增益或衰減

強行形成0dB交越點。相位邊限交m由補償器在 f_c 表現出的相位增量(Phase Boost)調節。最後，增益邊限取決於交越後補償器調降增益的能力。

補償器有不同的類型，其在開關轉換器中通常稱為Type 1、Type 2和Type 3。所有三個型號在原點都有一個極點以提供最大可用準靜態增益($S=0$)，從而提供一個精確的輸出變數。

Type-1補償器是個簡單的積分電路，完全不提供相位增量。Type 2基於Type 1，增加了一個極/零對，最多有90°的相位增量，常見於電流模式電源，可提供大量補償。最後，Type-3電路提供另一個極零對，可增加相位達180°。圖1所示為三種

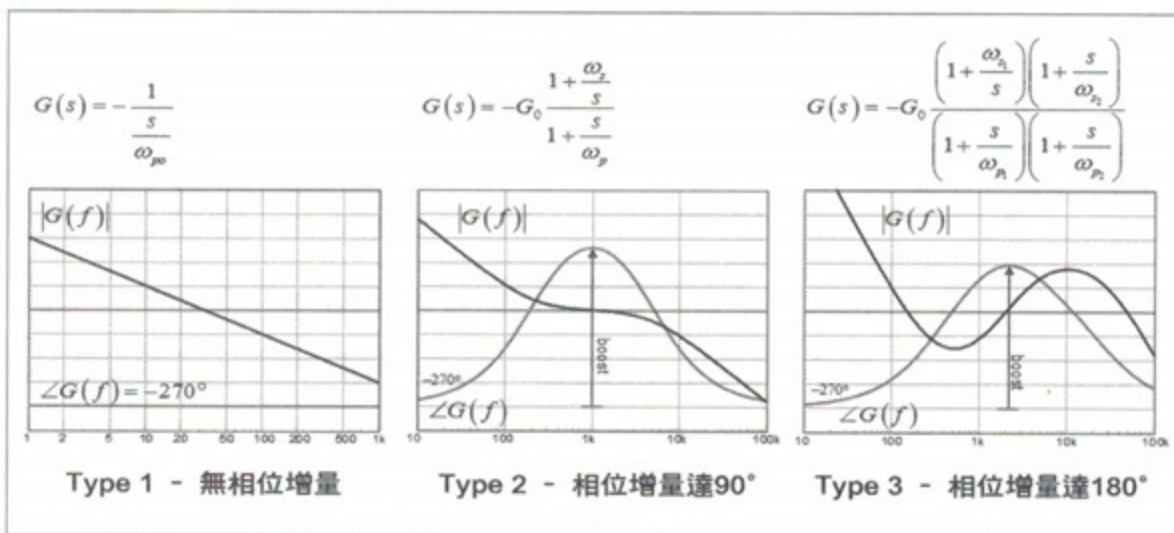


圖1 選擇的補償器與想要的相位增量有關。

補償器的頻率回應(幅值和相位)及各自的傳遞函數運算式。

Type-2補償器常見於電流模式電源，其相位增量最大達 90° ，可提供大量補償。圖2所示為其置於運算放大器周圍的電路圖。可看到檢測所監測變數(本例中的輸出電壓 V_{out})的一個電阻分壓器和幾個形成濾波器的被動元件。

為確定該轉換器的傳遞函數，將首先考量運算放大器的開迴路增益 A_{OL} ，並看看它如何影響最終的運算式。該電路的傳遞函數 G 是聯繫引動訊號 V_{out} 到輸出回應 V_{FB} 的數學關係。

了解快速分析電路技術

有許多確定濾波器動態回應的方法。本文將使用如C. Basso的「Linear Circuit Transfer Functions - An Introduction to Fast Analytical Techniques」以

及V. Vorprian的「Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits」書中所述的快速分析電路技術(Fast Analytical Techniques, FACT)。

FACT的基本原理是確定在兩個不同條件下的電路時間常數：引動訊號消失(V_{out} 降至0伏特)時和回應清零($V_{FB}=0$)時。透過使用這種技術，將可領會用它來確定一個特定的傳遞函數有多快速和直覺。

如參考文獻所示，一個具有非零準靜態增益的一階系統的傳遞函數可表示成公式1：

$$G(s) = G_0 \frac{N(s)}{D(s)}$$

公式1

首項 G_0 是 $S=0$ 時系統表現出的增益。視情況而定，該項帶有單位。在這裡，因為所說的增益是 $[V]/[V]$ ，沒有單位， G 是無量綱的。分子的 $N(s)$ 控制傳遞函數的零點。在數學上，零點是個特定的點 s_z ，無訊號回應。從理論上來說，考慮到引動訊號覆蓋整個 s 面(諧波模式下不僅在垂直軸)，當輸入訊號調到零角頻率 s_z ，零點表現為無訊號的輸出回應。電路中一些特定電阻組合阻擋了訊號傳播，回應為0伏特(V)，儘管存在激勵源。零點是分子的根。請注意這是個實用的數學抽象，極其有助於通過檢測找到零點，而毋須寫一連串代數。關於這種方法的更多細節請查閱C. Basso所著的「Fast Analytical Techniques at Work with Small-Signal Modeling」。

分母 $D(s)$ 由電路自然時間常數構成。透過設置引動訊號為0和確定這種結構中所考慮的電容或電感所示的電阻而得出這些時

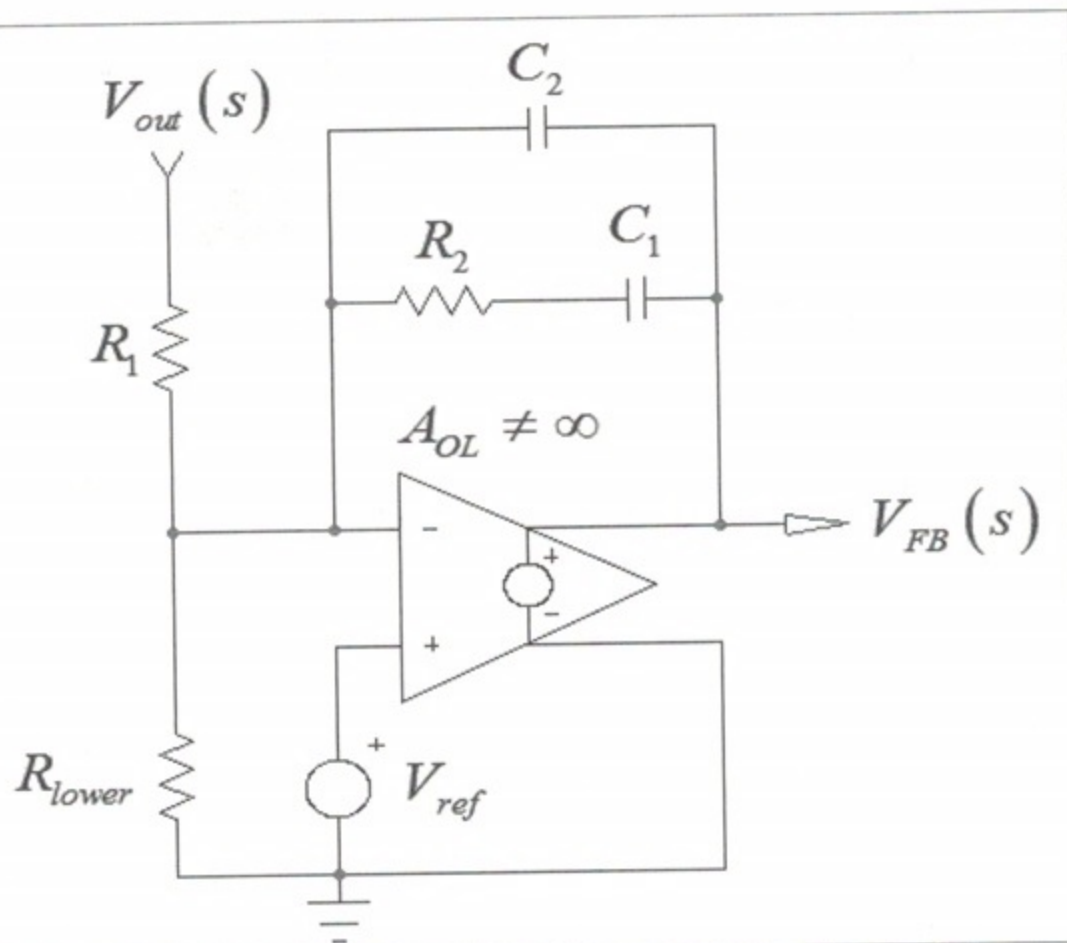


圖2 在該補償器中，運算放大器具有有限的開迴路增益，但尚不考慮其內部極點。

間常數=RC或=L/R。如果想像把歐姆表置於暫時移除的電容或電感器，並讀取顯示的電阻，這其實是相當簡單的運用。

看看圖3被動電路，可看到一個注入源(換言之，一個激勵源)正加偏壓於左邊迴路。輸入訊號通過網狀網路和節點傳播，形成電阻R3上的回應。

為確定本例電路的時間常數，將激勵源設為0(一個0伏特電壓源短路和0安培電流源開路)，拆下電容器。然後，連接(在腦海中想像)一個歐姆表，以確定由電容器端提供的電阻。參考圖4進行這些步驟。

如果按照圖4進行運用，想像R₁與R₂並聯後與R₄串聯，所有這些與R₃並聯後與r_c串聯。該電路的時間常數只通過R和C₁即可計算得出，如公式2所示：

$$\tau_1 = [r_c + (R_4 + R_1 \parallel R_2) \parallel R_3] C_1 \quad \text{公式2}$$

另外可證明，一階系統的極點是其時間常數的倒數，因此如公式3所示：

$$\omega_p = \frac{1}{\tau_1} = \frac{1}{[r_c + (R_4 + R_1 \parallel R_2) \parallel R_3] C_1} \quad \text{公式3}$$

現在，s=0時這個電路的準靜態增益是多少？在直流條件下，電感器短路，電容器開路。把這概念應用於圖3的電路，繪製如圖5所示。想像在R₄前斷開連接，會看到一個含R₁和R₂的電阻分壓器。R₂上的戴維寧(Thévenin)電壓如公式4所示：

$$V_{th} = V_{in} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{公式4}$$

輸出電阻R_{th}是R₁與R₂並聯的值。因此，完整的傳遞函數涉及到電阻分壓器(由與R_{th}串聯的R₄和加載的R₃所構成)。r_c是

斷開的，由於電容C₁在這直流分析中被拆下。因此如公式5所示：

$$G_0 = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{R_3}{R_4 + R_3 + R_1 \parallel R_2} \quad \text{公式5}$$

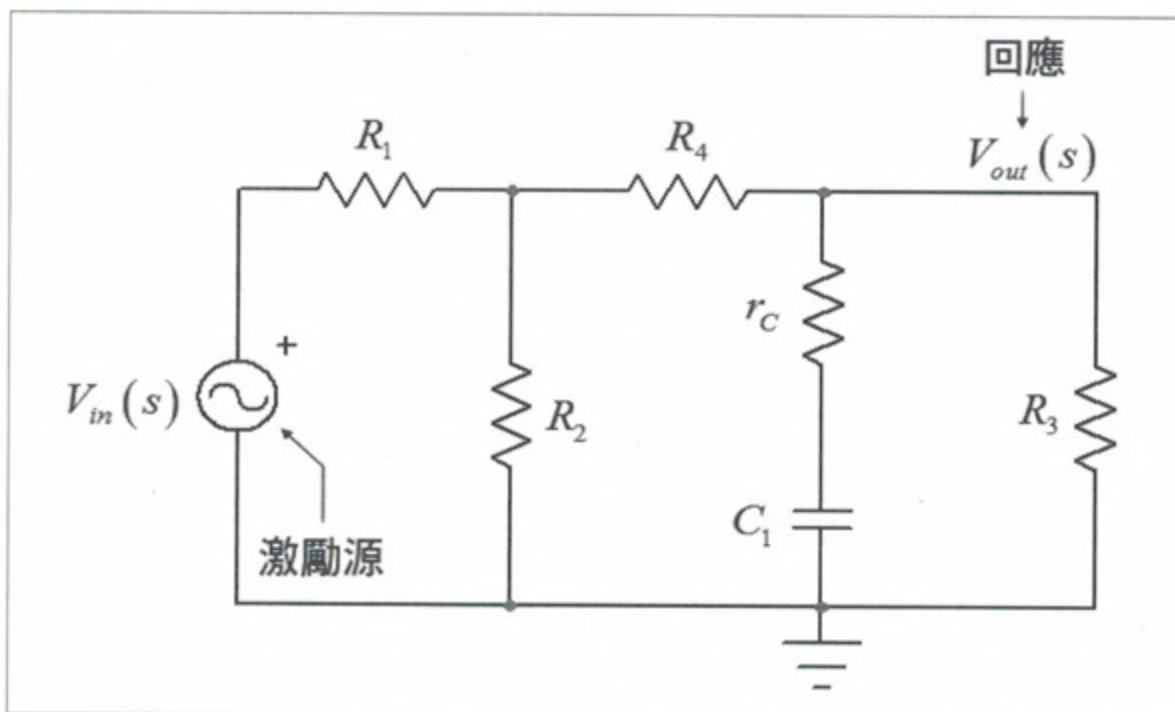


圖3 確定電路的時間常數需要將激勵源設為0，並看看從電路中暫時移除的儲能元件所提供的電阻。

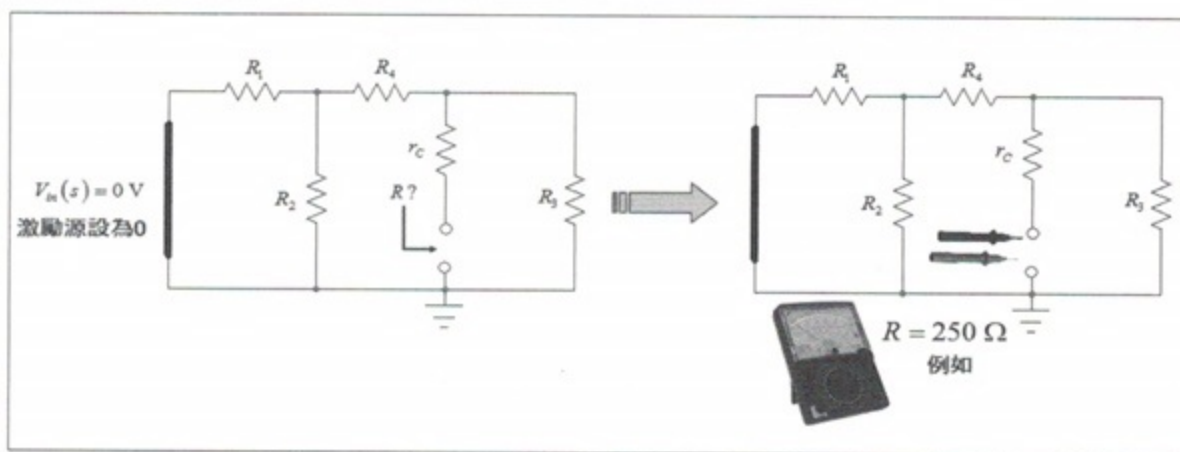


圖4 在0伏特源短路後，確定電容器端的電阻。

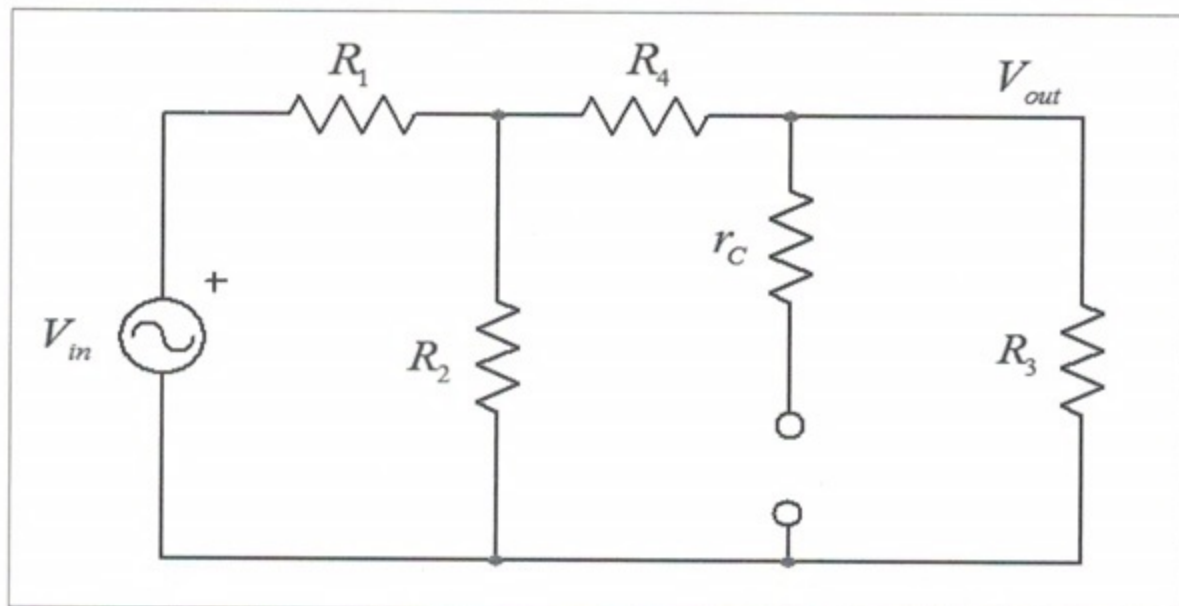


圖5 斷開直流電路中的電容器，計算簡單的電阻配置的傳遞函數。

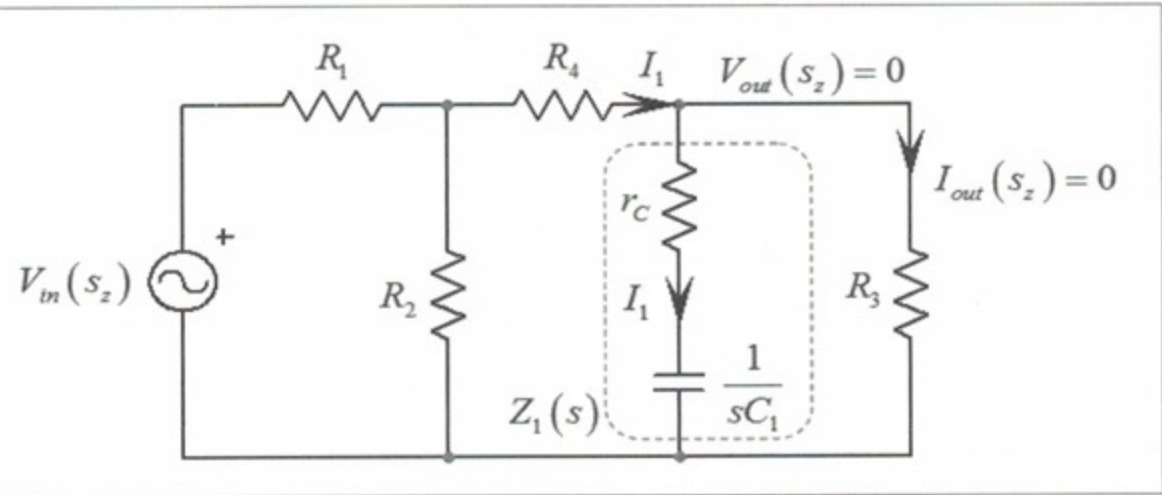


圖6 在這變形電路中，當串聯的r_c和C₁轉化為短路，回應消失。

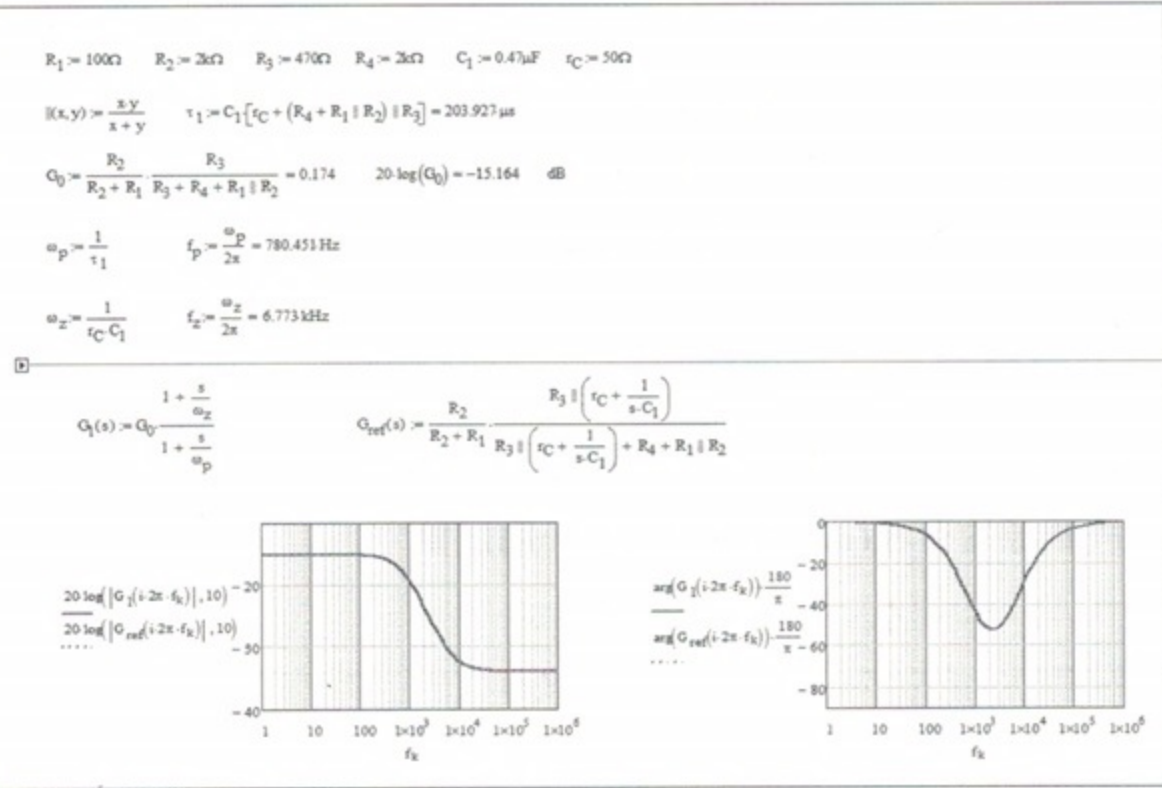


圖7 快速Mathcad說明用FACT推導出的運算式是否與由原運算式返回的回應相匹配。

那如何知道是否有零點？這裡有個有用的技巧：想像圖3的電路，使電容C₁短路。現在假設為具有短路電容器的電路提供引動訊號。能夠基於示波器觀察V_{out}的響應嗎？當然r_c使R₃短路，儘管振幅可能低，輸入訊號仍會傳輸並響應。若是「雖然C₁短路但仍有響應」，那麼有與C₁有關的零點。處理含電感L₁的電路亦然(但採用電感開路)。

前面提到，零點通過阻斷引動訊號的傳播而在電路中表現出來，輸出回應為0。如果考慮一個變形電路(其中C₁由代替)，

如圖6所示，當激勵源加偏壓於電路，有什麼特定的條件意味著無訊號回應？無訊號回應只意味流過R₃的電流為0。如果電阻沒有電流，沒有電壓施加和V_{out}是0伏特，這不是短路，而是虛擬接地。

如果R₃沒有電流，那麼串聯的r_c和轉化為短路，如公式6所示：

$$Z_1(s_z) = r_c + \frac{1}{s_z C_1} = 0$$

公式6

根s_z是所需要的零點位置，如公式7所示：

$$s_z = -\frac{1}{r_c C_1}$$

公式7

從而有公式8的結果：

$$\omega_z = \frac{1}{r_c C_1}$$

公式8

現在，可以組合所有這些結果，形成以圖3電路為特徵的最終的傳遞函數，如公式9所示：

$$G(s) = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{R_3}{R_3 + R_4 + R_1 \parallel R_2} \frac{1 + s r_c C_1}{[r_c + (R_4 + R_1 \parallel R_2) \parallel R_3] C_1} = G_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

公式9

這就是所謂的低耗能運算式，可立即識別增益、極點和零點。高耗能運算式將在考量電阻分壓器時通過施加大規模外力到原來的電路來獲得，例如公式10所示：

$$G(s) = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \frac{R_3 \parallel \left(r_c + \frac{1}{s C_1} \right)}{R_3 \parallel \left(r_c + \frac{1}{s C_1} \right) + R_4 + R_1 \parallel R_2}$$

公式10

但是，將結果格式化到像公式9這樣，需要更多的精力。此外須注意，在寫公式9

時並沒有寫一行代數，如果後來發現一個錯誤，那麼易於回到一個單獨的圖紙並單獨修正它。公式9的校正將很容易。現在嘗試對公式10進行相同的修正，一般可能會從頭開始。先比對一下，在Mathcad表繪製的運算式公式9和公式10的頻率回應是相同的(圖7)。

FACT的簡介意在說明無論對簡單電路還是更複雜的電路，都很簡單高效。透過將一個複雜的體系結構分解為簡單的單獨電路，可以很快地寫出傳遞函數，有時只須觀察就能寫出。既然已經介紹了工具，就把它應用到Type 2補償器中。

FACT應用於Type-2補償器

為高效地將FACT運用到圖2的電路，先考慮儲能元件 C_1 和 C_2 。考慮到它們的獨立狀態可變(例如它們不是串聯的或並行的)，這是個二階系統。考慮非零準靜態增益，該系統可以表示為公式11：

$$G(s) = G_0 \frac{1 + a_1 s + a_2 s^2}{1 + b_1 s + b_2 s^2} \quad \text{公式11}$$

對於二階系統可證明分母遵循公式12：

$$D(s) = 1 + b_1 s + b_2 s^2 = 1 + s(\tau_1 + \tau_2) + s^2(\tau_2 \tau_1^2) \quad \text{公式12}$$

係數 s 僅僅是確定零點激勵源的時間常數之和。 S_2 係數稍複雜，因其引入了一個新的符號。此符號意味著想像的 C_2 兩端的電阻，而 C_1 由短路取代。乍一看有點難以理解，但稍加解釋就會明白。

按照求解圖3電路的途徑，可研究 $s=0$ 的系統(圖8)。在分析的過程中， V_{ref} 是個完美的來源及其動態回應為0(忽略這裡應用

的調變，它的電壓是固定的)。因此，它自然不存在於小訊號電路，在交流分析中採用短路的形式。

運算放大器提供的電壓相當於開迴路增益 A_{OL} 的 ϵ 倍。反相引腳的電壓與低測電阻 R_{lower} 有關，在這種情況下， ϵ 是個非零的值，如公式13所示：

$$G_0 = -\frac{R_{lower}}{R_{lower} + R_1} A_{OL} \quad \text{公式13}$$

在這個電路中，有兩個電容，因此有兩個單獨的時間常數。為確定與 C_2 有關的第一個時間常數，將引動訊號設為0，確定 C_2 的電阻， C_2 連接端子，而 C_1 從電路中移除。草圖如圖9所示。

如果在前面的示例中檢驗得很好，但電壓控制源的存在(即運算放大器)，用這簡

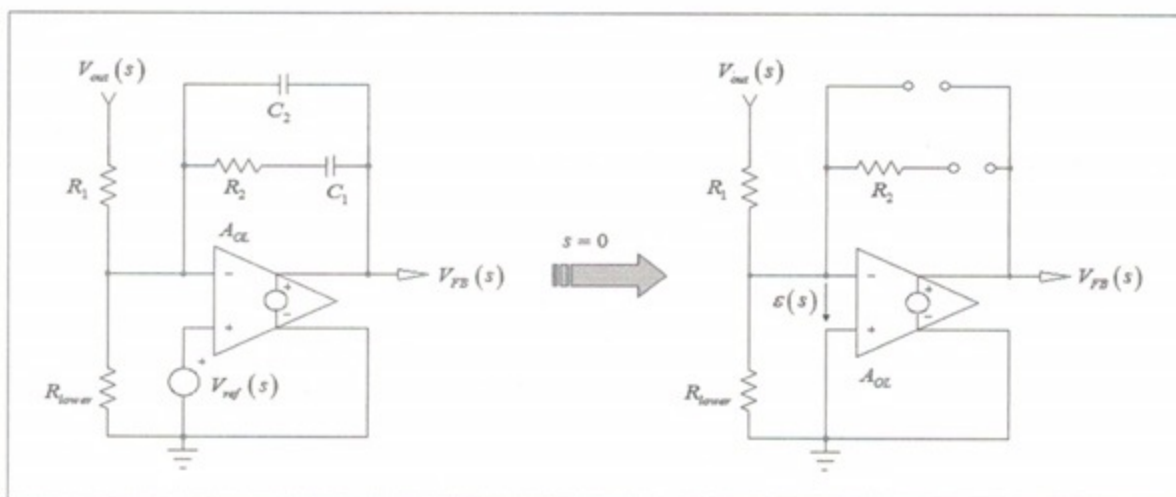


圖8 在直流條件下，斷開所有的電容：運算放大器運行於開迴路配置。

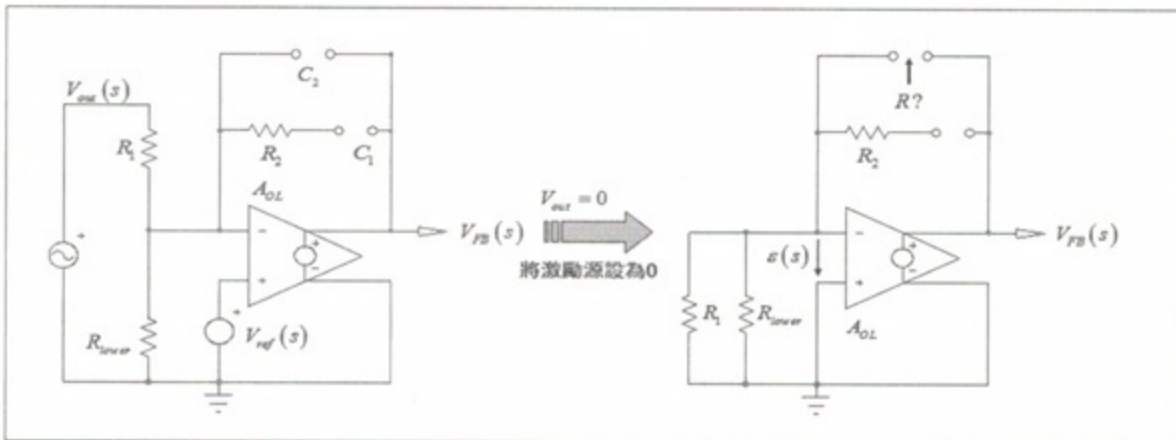


圖9 第一個時間常數與電容 C_2 有關：在 C_2 兩端的電阻是多少？

單的方法是行不通的。為確定由C₂端提供的電阻，可連接測試生成器I_T，和確定兩端的電壓V_T。然後，V_T/I_T會提供想要的電阻。涉及電流源的草圖如圖10所示。可

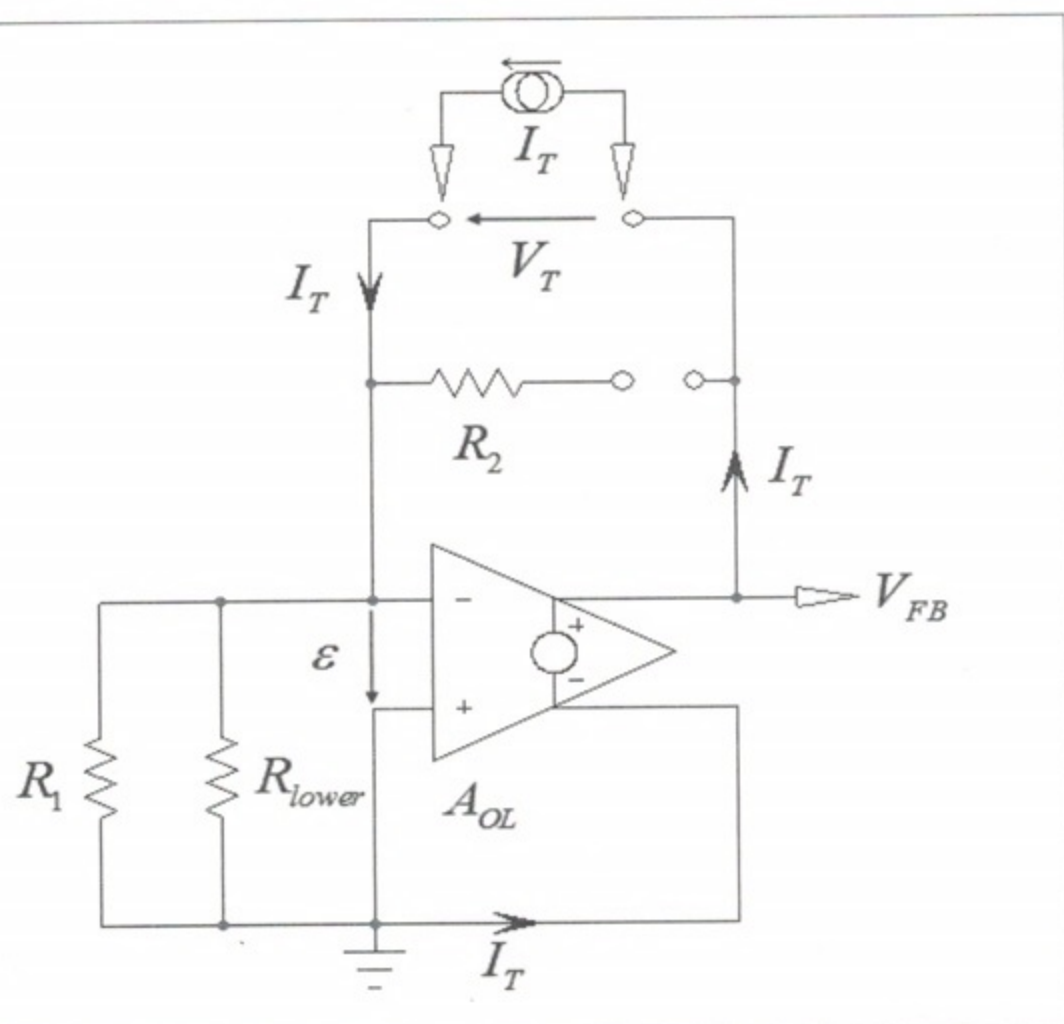


圖10 裝上一個測試發生器以確定C2兩端的電阻。

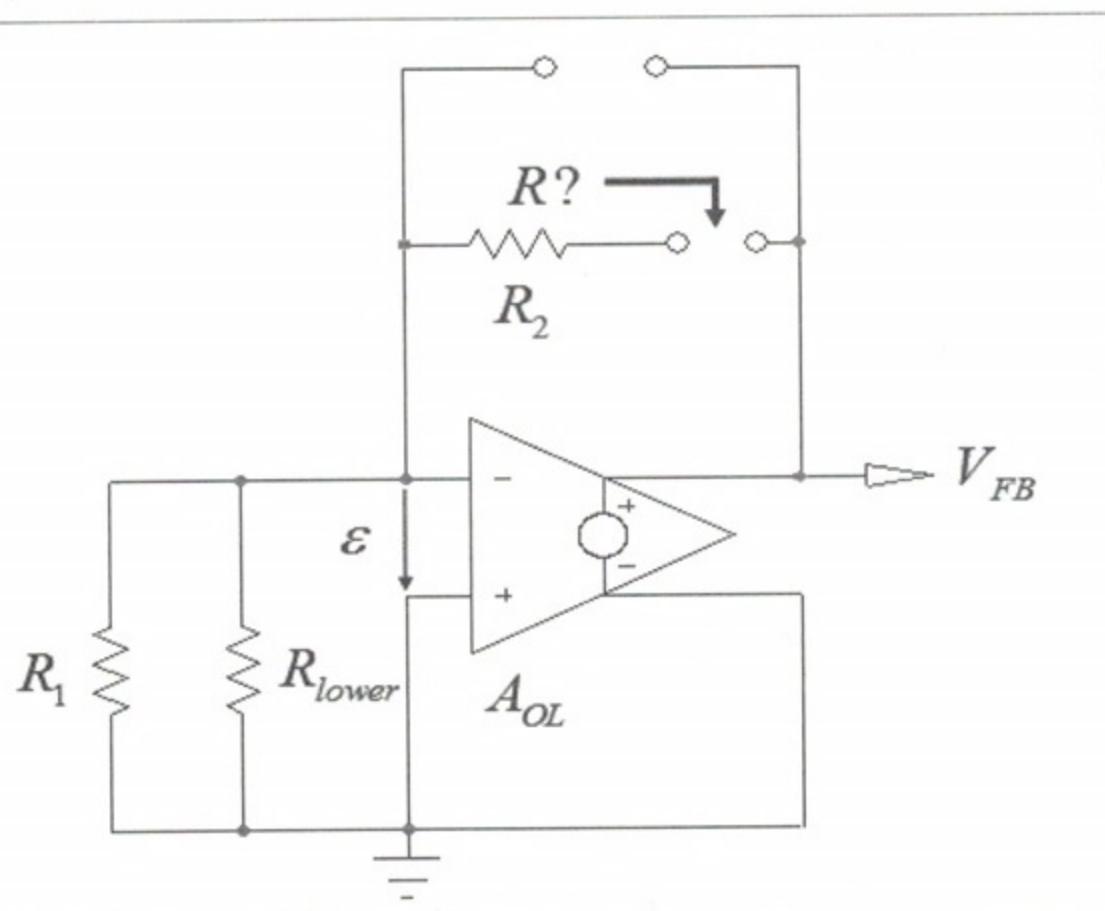


圖11 立即確定第二個時間常數，因為它是C2與R2串聯的驅動電阻。

寫的第一個簡單的等式與所有關。運算放大器的輸入引腳之間的電壓是施加在並聯的R₁和R_{lower}兩端的電壓的負值，如公式14所示：

$$\varepsilon = -I_T (R_1 \parallel R_{lower}) \quad \text{公式14}$$

運算放大器的輸出為開迴路增益A_{OL}的ε倍。因此如公式15所示：

$$V_{FB} = \varepsilon A_{OL} \quad \text{公式15}$$

將公式14代入公式15得出公式16：

$$V_{FB} = -I_T (R_1 \parallel R_{lower}) A_{OL} \quad \text{公式16}$$

V_T是電流源的電壓。在其左側端有負的ε，而右側則有偏壓V_{FB}，如公式17所顯示：

$$V_T = -\varepsilon - V_{FB} = I_T (R_1 \parallel R_{lower}) - V_{FB} \quad \text{公式17}$$

如果從公式17提取V_{FB}，結合公式16的結果，得到公式18的結果：

$$V_T = I_T (R_1 \parallel R_{lower}) (1 + A_{OL}) \quad \text{公式18}$$

電阻可簡單寫為公式19：

$$R = \frac{V_T}{I_T} = (R_1 \parallel R_{lower}) (1 + A_{OL}) \quad \text{公式19}$$

因此第一個時間常數τ₂表示為公式20的結果：

$$\tau_2 = C_2 [(R_1 \parallel R_{lower}) (1 + A_{OL})] \quad \text{公式20}$$

第二個時間常數與C₁有關，須要更新的原理圖如圖11、公式21所示。這裡沒有裝電流發生器，因為結果很明顯：C₁兩端的電阻就是已經確定的C₂與R₂串聯後的電阻：

$$\tau_1 = C_1 [(R_1 \parallel R_{lower})(1 + A_{OL}) + R_2]$$

公式21

此處有兩個時間常數，可進行第二階項。須要評估，其中 C_2 被短路，檢查 C_1 兩端的電阻。圖12所示為新的草圖。既然在涉及 R_2 的回路中有明顯的短路(Frank Short Circuit)，那麼電阻 R 就是 R_2 ，如公式22所示：

$$\tau_1^2 = R_2 C_1$$

公式22

因此，如果根據公式12組合時間常數，將得出分母 $D(s)$ ，如公式23所示：

$$D(s) = 1 + s [C_1 [(R_1 \parallel R_{lower})(1 + A_{OL}) + R_2] + C_2 [(R_1 \parallel R_{lower})(1 + A_{OL})] + s^2 C_2 [(R_1 \parallel R_{lower})(1 + A_{OL})] R_2 C_1$$

公式23

該二階運算式可重新排列，假設品質因數 Q 遠小於1。在這種情況下，兩個極點完全分離：一個控制低頻，而第二個位於頻譜的上部。由公式12可以證明，兩個極點定義為如公式24~25所示：

$$\omega_{p_1} = \frac{1}{b_1}$$

公式24

$$\omega_{p_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

公式25

如果將這些定義應用到公式23，簡化和重新排列，得到公式26及公式27的結果：

$$\omega_{p_1} = \frac{1}{(1 + A_{OL}) [(R_{lower} \parallel R_1)(C_1 + C_2) + \frac{R_2 C_1}{1 + A_{OL}}]}$$

公式26

$$\omega_{p_2} = \frac{(R_1 \parallel R_{lower})(C_1 + C_2) + \frac{R_2 C_1}{1 + A_{OL}}}{C_1 C_2 R_2 (R_1 \parallel R_{lower})}$$

公式27

現在有了分母，那麼這個電路有零點嗎？可以運用前述的技巧：如果想像 C_1

或 C_2 短路，然後 C_1 和 C_2 短路，這三個配置有回應嗎？如果 C_1 短路，將有一個含 R_2 和其他電阻的簡單的逆變器：有個與 C_1 有關的零點。如果 C_2 短路，則運算放大器為0： C_2 沒有零點。如果兩個電容

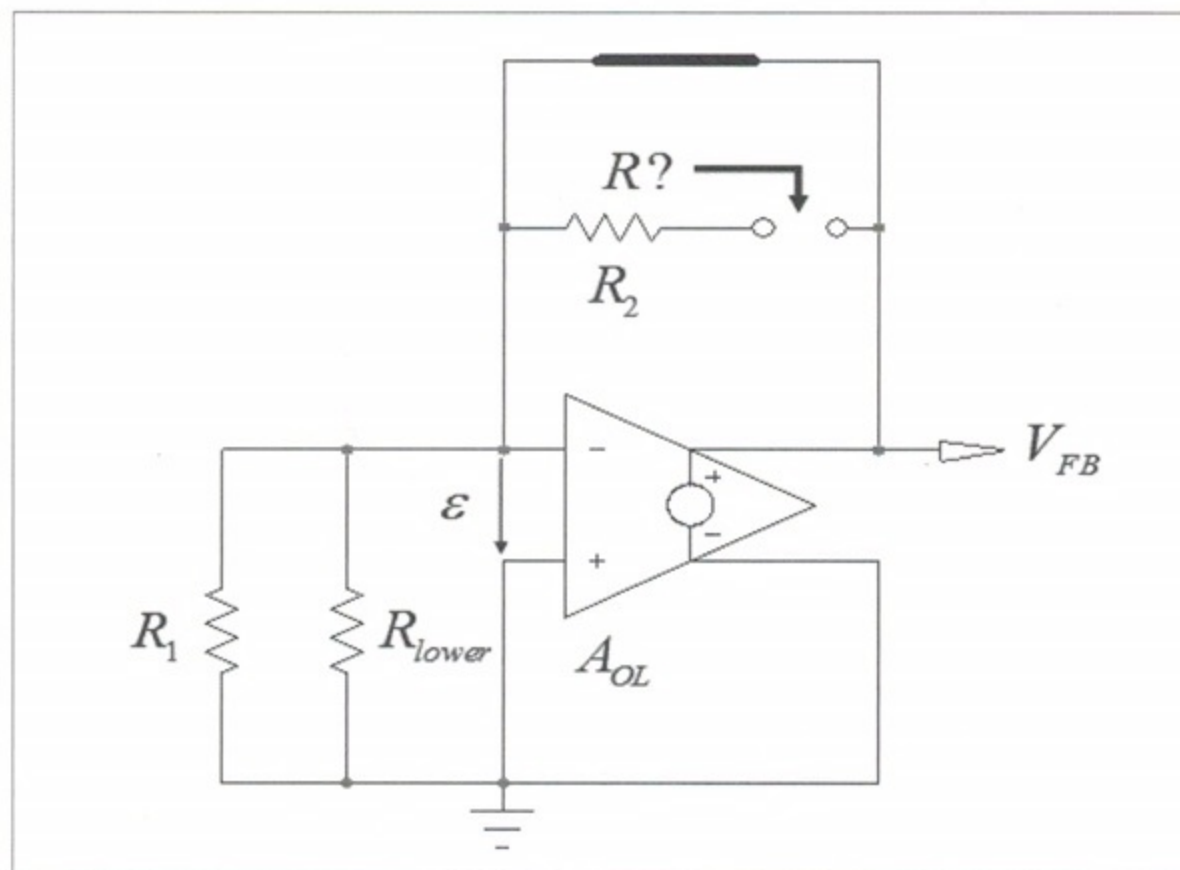


圖12 高頻係數用了罕見的符號但最終並不複雜：C2短路，只須確定C1兩端的電阻。

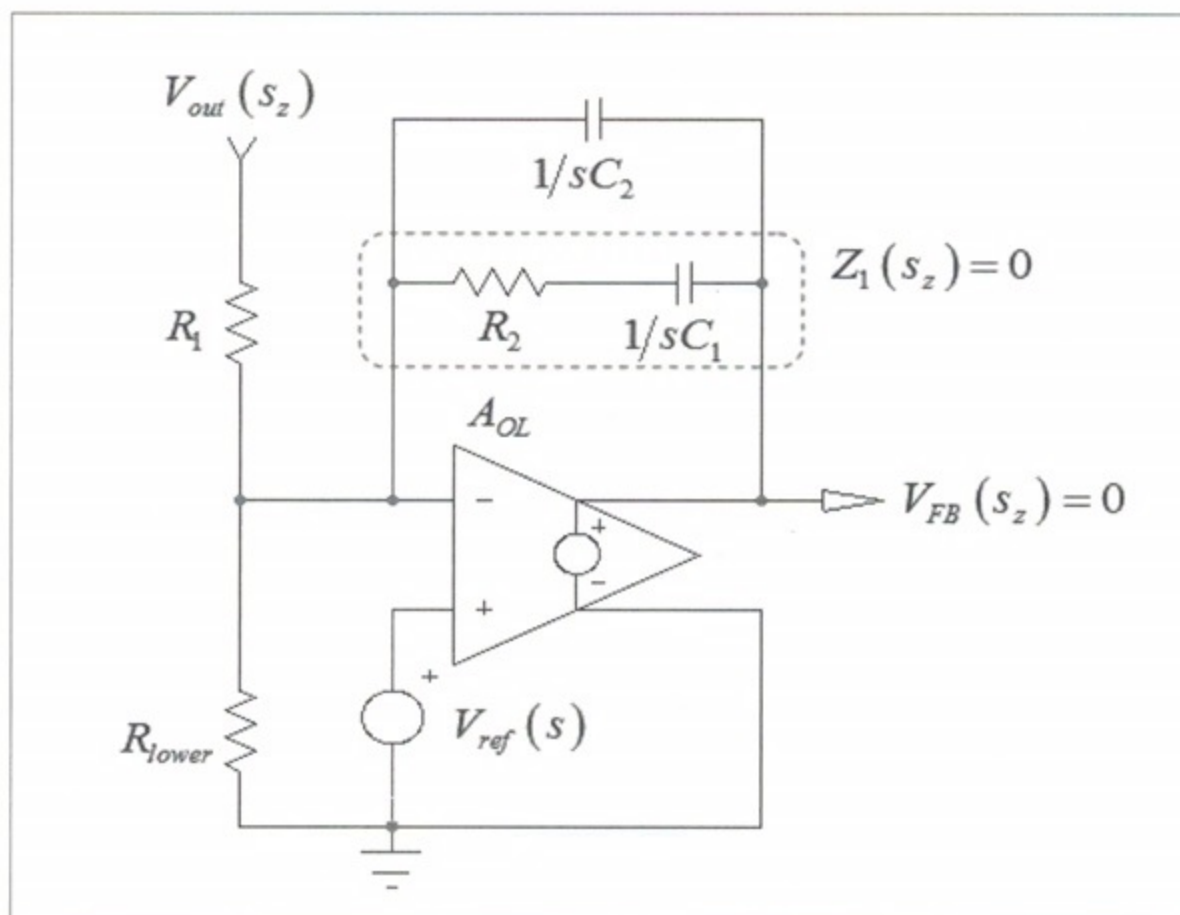


圖13 如果 R_2 與 C_1 的串聯轉換為短路，接著回應呈現無訊號，這就解釋了零點的產生。

器都短路，當然沒有回應。為確定零點位置，圖13中的什麼可以防止激勵源的傳播，使回應無輸出訊號？如果 C_1 和 R_2 短路，那麼回應消失，如公式28所示：

$$R_2 + \frac{1}{sC_1} = 0$$

公式28

然後，如公式29所示：

$$s_z = -\frac{1}{R_2 C_1}$$

公式29

其中給出了零點位於公式30所得出的結果：

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_1}$$

公式30

現在有最終的傳遞函數，如公式31 35所示：

$$G(s) = G_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_z}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

公式31

及

$$G_0 = -\frac{R_{lower}}{R_{lower} + R_1} A_{OL}$$

公式32

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_1}$$

公式33

$$\omega_{p1} = \frac{1}{(1 + A_{OL}) \left[(R_{lower} \parallel R_1)(C_1 + C_2) + \frac{R_2 C_1}{1 + A_{OL}} \right]}$$

公式34

$$\omega_{p2} = \frac{(R_1 \parallel R_{lower})(C_1 + C_2) + \frac{R_2 C_1}{1 + A_{OL}}}{C_1 C_2 R_2 (R_1 \parallel R_{lower})}$$

公式35

比較電路之間的回應

現在比較由Type-2電路(其中考慮開迴路增益)帶來的動態回應是有意義的，下面給出了Type 2完美的傳遞函數(公式36)：

$$G(s) = G_0 \frac{1 + \frac{\omega_z}{s}}{1 + \frac{s}{\omega_p}}$$

公式36

其中 G_0 、 ω_z 、 ω_p 可分別由公式37、公式38以及公式39計算得出：

$$G_0 = -\frac{R_2}{R_1} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

公式37

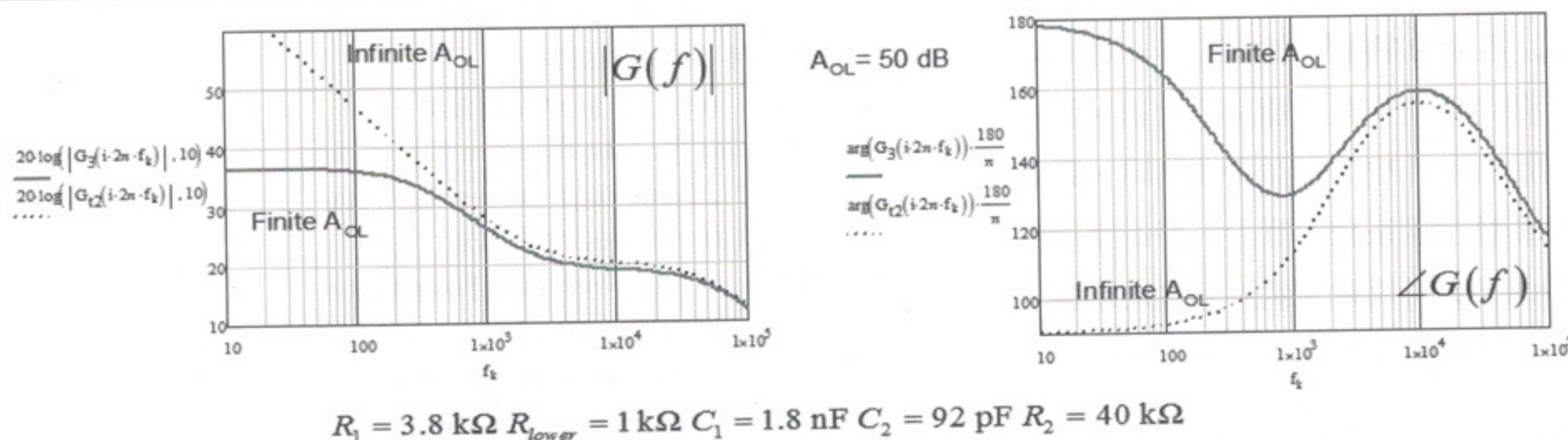


圖14 在Type 2的波特圖中，開迴路增益 A_{OL} 和低側電阻 R_{lower} 並沒有太大影響原完美的方程式。

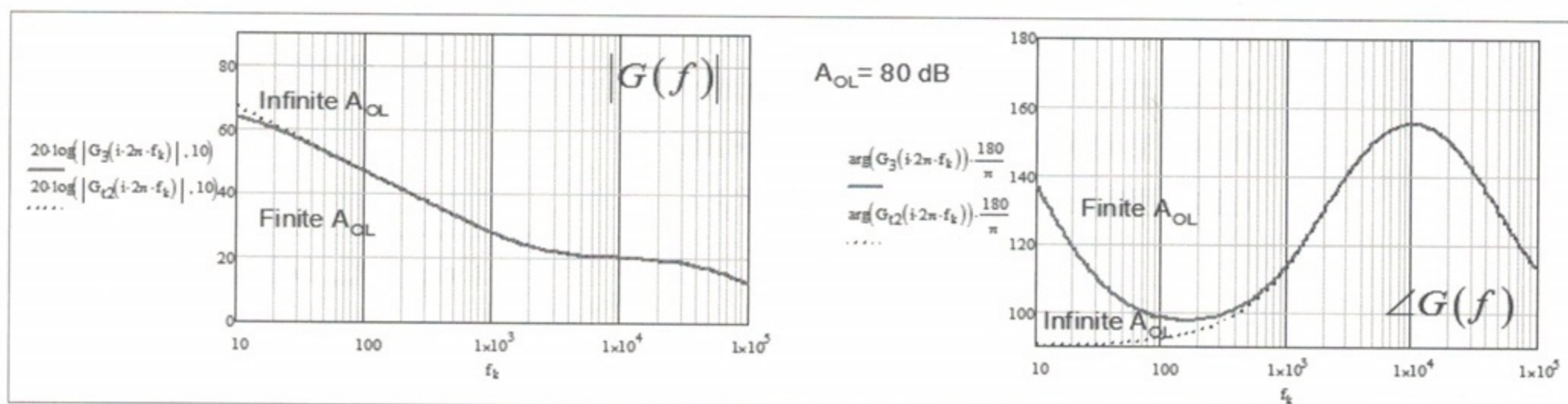


圖15 當開迴路增益AOL增加，兩條曲線很好地重疊。準靜態增益提高到66.3dB，對比於採用50dB AOL增益時的36dB。

$$\omega_z = \frac{1}{R_2 C_1}$$

公式38

$$\omega_p = \frac{1}{R_2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

公式39

舉例說明，對比理想的運算放大器和開迴路增益為50dB的運算放大器(例如TL431)，此時補償器必須滿足以下目標： $f_c=10\text{kHz}$ 和在此頻率的增益補償20dB，相位增量必須是 65° 。 R_1 和 R_{lower} 計算用於12伏特輸出和2.5伏特參考電壓。公式31和公式36的兩個動態回應如圖14所示。交越增益和相位增量的偏差可以忽略不計。

然而，在120赫茲頻率時公式31的增益為35dB，公式36則為45dB。最後，有限的 A_{OL} 選項的準靜態增益僅36.4dB(≈ 66)，而無限時則為完美的運算放大器。這些數字的影響是什麼？增益少兩倍時，電源頻率將影響控制系統的能力，抑制整流漣波。輸出變數可能會受到此元件的影響，特別是在電壓模式控制下。

此外，若植入增益低，控制變數可能有顯著的靜態誤差。若現在選擇具有更高

A_{OL} 的運算放大器如80dB，偏差消失，兩曲線相互非常接近(圖15)。

假如運算放大器不是完美的，可以看到動態回應中在低頻範圍內弱開迴路增益的影響，來評估這種情況導致的性能下降。在此，只考慮開迴路增益的影響。接下來，還必須複雜化分析，將積體電路設計人員自然置於一個運算放大器中以確保穩定性的低頻和高頻兩個極點考慮進來。

(本文作者任職於安森美)

參考資料

1. C. Basso, "Designing Control Loops for Linear and Switching Converters - A Tutorial Guide", Artech House 2012, ISBN 978-1-60807-557-7
2. C. Basso, "Linear Circuit Transfer Functions - An Introduction to Fast Analytical Techniques", Wiley 2016, ISBN 978-1-119-23637-5
3. V. Vorperian, "Fast Analytical Techniques for Electrical and Electronic Circuits", Cambridge University Press 2002, ISBN 978-0-521-62442-8
4. C. Basso, "Fast Analytical Techniques at Work with Small-Signal Modeling", APEC Professional Seminar, Long Beach (CA), 2016, <http://cbasso.pagesperso-orange.fr/Spice.htm>